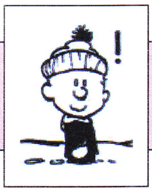
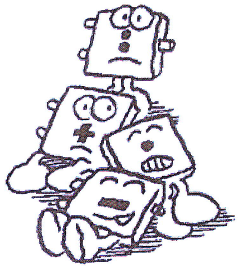


Grundwissen • Klasse 6 ①

erstellt von A. Bönning

Zahlenmengen



$\mathbb{N}$ = {1; 2; 3; 4; 5; 6; … } Die Menge der natürlichen Zahlen.

$\mathbb{Z}$ = {… − 3; − 2; − 1; 0; + 1; + 2; + 3; …} Die Menge der ganzen Zahlen.

$\mathbb{Q}$ Die Menge der rationalen Zahlen.

Rechnen in $\mathbb{Q}$

$\frac{3}{8}$ ← Zähler ← Bruchstrich ← Nenner

Erweitern:
Zähler und Nenner werden mit der gleichen Zahl multipliziert.

Kürzen:
Zähler und Nenner werden durch die gleiche Zahl dividiert.

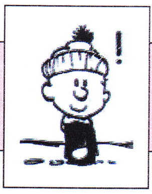
	Brüche ⇨ Dezimalbrüche	**Dezimalbrüche ⇨ Brüche**
Umwandeln	Ersetze den Bruchstrich durch ein Divisionszeichen und dividiere den Zähler durch den Nenner. Es entsteht dabei ein endlicher Dezimalbruch ① oder ein periodischer Dezimalbruch ②.	**endliche Dezimalbrüche:** Schreibe in den Zähler die Zahl ohne Komma und in den Nenner die entsprechende Stufenzahl. **periodische Dezimalbrüche:** Schreibe in den Zähler die Periode und in den Nenner so viele Neunen, wie die Periode Stellen hat. *
Beispiele	① $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0{,}375$ ② $\frac{5}{11} = 5 : 11 = 0{,}4545\ldots = 0{,}\overline{45}$	① $3{,}42 = \frac{342}{100} = \frac{81}{25}$ ② $0{,}\overline{102} = \frac{102}{999}$

* Diese Regel gilt nur, wenn die Periode sofort nach dem Komma beginnt!

erstellt von A. Bönning

Rechnen in $\mathbb{Q}$

	Brüche	Dezimalbrüche
Addition und Subtraktion	Erweitere die Brüche zuerst so, dass sie den gleichen Nenner haben. Addiere bzw. subtrahiere danach die Zähler. Der Nenner ändert sich nicht.	Bringe die Dezimalbrüche durch Anhängen von Endnullen auf gleich viele Dezimalen. Addiere bzw. subtrahiere danach die einzelnen Ziffern stellenweise.
Beispiele	① $\frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{4}{12} = \frac{5}{12}$ ② $\frac{4}{5} - \frac{3}{8} = \frac{32}{40} - \frac{15}{40} = \frac{17}{40}$	① E zh E zh E zh 4,85 + 3,12 = 7,97 ② ZE zht E zht ZE zht 12,039 – 1,500 = 10,539
Multiplikation	Multipliziere den Zähler mit dem Zähler und den Nenner mit dem Nenner. Wandle gemischte Zahlen vorher in unechte Brüche um. z. B. $3\frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{31}{9}$	Multipliziere die beiden Dezimalbrüche zuerst ohne Komma. Setze danach das Komma so, dass das Ergebnis so viele Stellen nach dem Komma hat, wie beide Faktoren zusammen.
Beispiele	③ $\frac{5}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5 \cdot 2}{9 \cdot 3} = \frac{10}{27}$ ④ $2 \cdot \frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{6}{7}$	③ $3{,}\underset{1}{\underline{8}} \cdot 2{,}\underset{1}{\underline{1}} = 7{,}\underset{2}{\underline{98}}$ ④ $1{,}\underset{2}{\underline{72}} \cdot 6{,}\underset{1}{\underline{4}} = 11{,}\underset{3}{\underline{008}}$
Division	Dividiere einen Bruch durch einen zweiten Bruch, indem du den ersten mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multiplizierst.	Verschiebe das Komma bei beiden Zahlen um so viele Stellen nach rechts, dass der Divisor eine ganze Zahl ist. Beim Überschreiten des Kommas wird im Ergebnis das Komma gesetzt.
Beispiele	⑤ $\frac{4}{7} : \frac{5}{6} = \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{5} = \frac{24}{35}$ ⑥ $\frac{4}{7} : 3 = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{21}$	⑤ 2,41 : 0,5 = 24,1 : 5 = 4,82 ⑥ 6,2 : 0,08 = 620 : 8 = 77,5



Grundwissen • Klasse 6

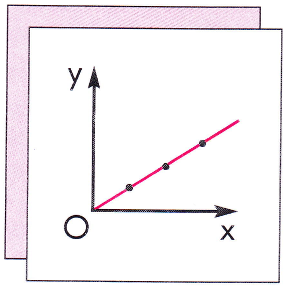
erstellt von A. Bönning

Direkte Proportionalität

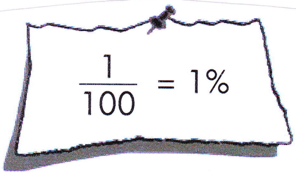
Eine Zuordnung x ⟶ y nennt man **direkt proportional**, wenn gilt: Vervielfacht sich die Größe x um das n-fache, so vervielfacht sich auch die Größe y um das n-fache (man schreibt: $x \sim y$).

Eigenschaften:

- Alle Zahlenpaare (x | y) sind **quotientengleich**.
- Der konstante Quotient $k = \frac{y}{x}$ heißt **Proportionalitätskonstante**.
- Alle Punkte liegen auf einer **Halbgeraden**, die im Ursprung beginnt.



Prozentrechnung

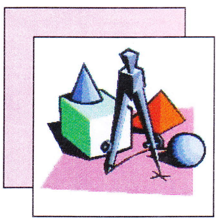


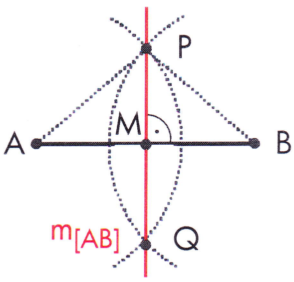
Von **25** Kindern einer Schulklasse können **20** schwimmen. Das sind **80%** der Klasse.

Grundwert (**GW**)	Prozentwert (**PW**)	Prozentsatz (**p**)
$GW = \frac{PW \cdot 100}{p}$	$PW = \frac{GW \cdot p}{100}$	$p = \frac{PW \cdot 100}{GW}$

Mittelsenkrechte und Winkelhalbierende

Jeder Punkt auf der **Mittelsenkrechten** $m_{[AB]}$ ist von den Punkten A und B gleich weit entfernt.

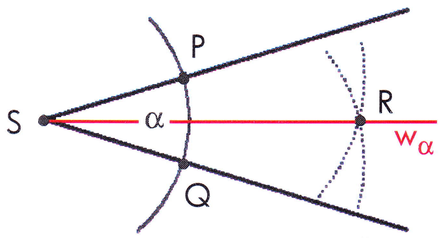




Konstruktion

- Zeichne um die beiden Punkte A und B Kreise mit dem gleichen Radius r, wobei gilt: $r > 0{,}5 \cdot \overline{AB}$
- Zeichne eine Gerade durch die beiden Schnittpunkte P und Q der Kreise.

Jeder Punkt auf der **Winkelhalbierenden** w_α hat von den Schenkeln den gleichen Abstand.



- Zeichne um den Scheitel S des Winkels einen Kreis. Dieser schneidet die beiden Schenkel in den Punkten P und Q.
- Zeichne um die Punkte P und Q je einen Kreis mit dem gleichen Radius.
- Verbinde den Schnittpunkt R der beiden Kreise mit dem Scheitel S.

erstellt von A. Bönning

Terme

- Jede Zahl, jede Variable und jede sinnvolle Verknüpfung aus Zahlen, Variablen und Rechenzeichen bezeichnet man als **Term** (Beispiele: $7 \cdot x + 5$; $y^2 - 5$).
- Wird die Variable eines Terms mit Werten aus der Grundmenge belegt, so erhält man **Termwerte**.
- Terme sind **äquivalent**, wenn sie bei allen Einsetzungen aus $\mathbb{G}$ die gleichen Termwerte haben.

Darstellungsarten

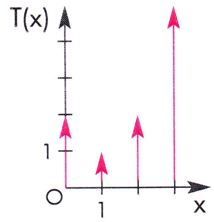
Beispiel

$T(x) = (x - 1)^2 + 1$ in $\mathbb{G} = \{0; 1; 2; 3\}$

Numerische Wertetabelle

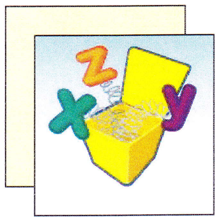
x	0	1	2	3
$(x-1)^2 + 1$	2	1	2	5

Grafische Wertetabelle



Gleichungen und Ungleichungen

- Verbindet man zwei Terme durch das Gleichheitszeichen, so erhält man eine **Gleichung**.
- Verbindet man zwei Terme durch ein Ungleichheitszeichen, so erhält man eine **Ungleichung**.
- Gleichungen bzw. Ungleichungen, die bei gleicher Grundmenge dieselbe Lösungsmenge haben, heißen **äquivalent**.
- Die Platzhalter für Zahlen heißen **Variable** (z. B. x; y; a; ○; □; ...).
- Aussagen, die ein Gleichheitszeichen („=") enthalten, heißen **Gleichungen**.
- Aussagen, die ein Ungleichheitszeichen („<", „>", „≦", „≧") enthalten, heißen **Ungleichungen**.
- Die Menge von Zahlen, die für die Variable eingesetzt werden dürfen, ist die **Grundmenge** $\mathbb{G}$.
- Alle richtigen Einsetzungen ergeben die **Lösungsmenge** $\mathbb{L}$ der Gleichung oder Ungleichung.
- Erfüllen alle Elemente der Grundmenge die Gleichung, so ist diese allgemein gültig ($\mathbb{L} = \mathbb{G}$).
- Erfüllt kein Element der Grundmenge die Gleichung, so ist diese nicht lösbar.
  Die Lösungsmenge ist leer ($\mathbb{L} = \varnothing$)



① Die Lösungsmenge einer **Gleichung** ändert sich nicht, wenn man ...

- ... auf beiden Seiten die gleiche Zahl addiert oder subtrahiert.
- ... beide Seiten mit der gleichen Zahl ($\neq 0$) multipliziert oder dividiert.

② Die Lösungsmenge einer **Ungleichung** ändert sich nicht, wenn man ...

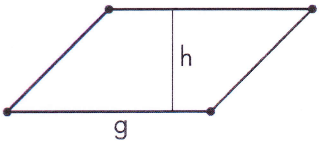
- ... auf beiden Seiten die gleiche Zahl addiert oder subtrahiert.
- ... beide Seiten mit der gleichen positiven Zahl ($\neq 0$) multipliziert oder dividiert.
- ... beide Seiten mit der gleichen negativen Zahl ($\neq 0$) multipliziert oder dividiert und das Ungleichheitszeichen umkehrt (**Inversionsgesetz**).

Diese Umformungen einer Gleichung bzw. Ungleichung heißen **Äquivalenzumformungen**.

erstellt von A. Bönning

Flächeninhalte ebener Vielecke

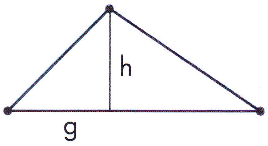
Parallelogramm



A = Grundlinie g · Höhe h*

(* zwei mögliche Höhen)

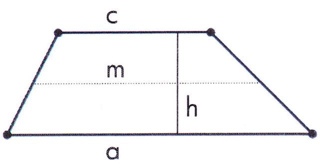
Dreieck



A = 0,5 · Grundlinie g · Höhe h*

(* drei mögliche Höhen)

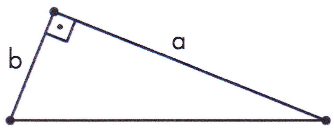
Trapez



A = Mittellinie m* · Höhe h

* m = 0,5 · (Grundlinie a + Grundlinie c)

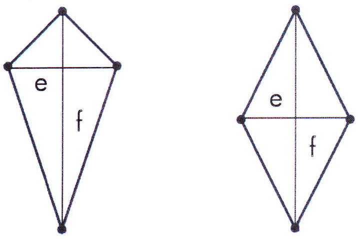
rechtwinkliges Dreieck



A = 0,5 • Kathete a • Kathete b

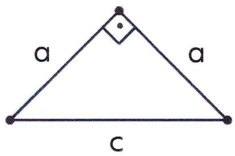
Kathete: liegt am 90°-Winkel an

Drachenviereck Raute



A = 0,5 · Diagonale e · Diagonale f

gleichschenkliges, rechtwinkliges Dreieck

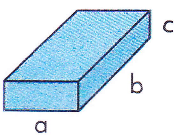


A = 0,5 · Kathete a ^{2}

A = 0,25 · Hypothenuse c ^{2}

Hypothenuse: liegt dem 90°-Winkel gegenüber

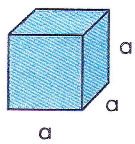
Quader



Oberfläche: O = 2 · (a · b + b · c + a · c)

Volumen: V = a · b · c

Würfel



$O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2$

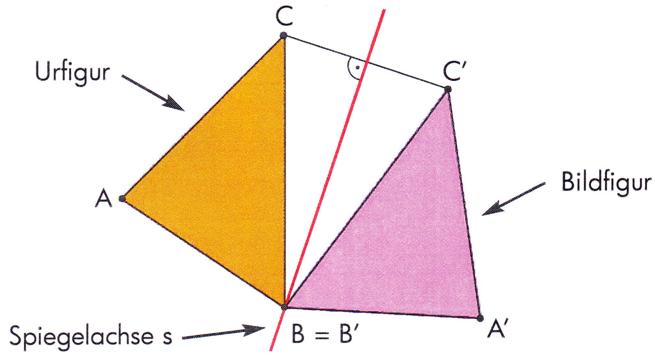
$V = a \cdot a \cdot a = a^3$

erstellt von A. Bönning

Achsenspiegelung

Wird einer Urfigur durch Spiegelung an einer Geraden s genau eine Bildfigur zugeordnet, so handelt es sich bei der Abbildung um eine Achsenspiegelung.

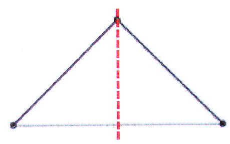
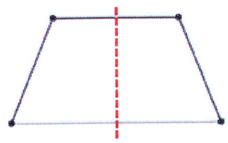
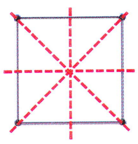
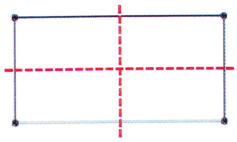
Man schreibt: ABC $\xmapsto{s}$ A'B'C'



Eigenschaften

- Urfigur und Bildfigur liegen **symmetrisch** zur Spiegelachse s.
- Die Verbindungsstrecken vom Urpunkt zum Bildpunkt stehen senkrecht auf der Spiegelachse s und werden von ihr halbiert.
- Die Achsenspiegelung ist eine **Kongruenzabbildung**, d. h. Ur- und Bildfigur sind deckungsgleich.
- Die Achsenspiegelung ist längen- und winkeltreu, sowie geraden- und kreistreu.
- Die Spiegelachse s besteht nur aus Fixpunkten, d. h. aus Punkten, die auf sich selbst abgebildet werden. Sie ist eine **Fixpunktgerade**.
- Alle zur Spiegelachse senkrechten Geraden und die Spiegelachse selbst sind **Fixgeraden**, d. h. Geraden, die auf sich selbst abgebildet werden.

achsensymmetrische Figuren

gleichschenkliges Dreieck	gleichschenkliges Trapez
	
Quadrat	Rechteck
	
Drachenviereck	Raute